Maths_1B_1_Bases_d'Algebre Cheat Sheet

by steven.jeanneret via cheatography.com/32278/cs/9916/

Les intervalles

XƐ[a,b]	a <= x <= b	intervalle fermé
XƐ]a,b[	a < x < b	intervalle ouvert
XƐ[a,b[	a <= x < b	intervalle ouvert à droite

Addition d'inégalités

-5 < 6 \| + 2

> -3 < 8

> Le signe de l'inégalité n'est pas changé.

Multiplication d'inégalités

-5 < 6 \| * 2

> 10 > -12

> Si on multiplie par un nombre négatif on inverse le sens de l'inégalite

Mise au carré d'inégalités

-5 < 6 \| ^2

> 25 < 36

-6 < 5 \| ^2

> 36 > 25

> Il y a inversion de signe si l'inégalité de départ est fausse en valeur absolue.

Racine carré d'inéquation

36 > 25 \| √

> 6 > 5

> Le signe de l'inégalité n'est pas changé. On prend seulement les nombres positifs.

Inverse de l'inéquation

5 < 6 \| 1/

> 1/5 > 1/6

-5 < 6 \| 1/

> -1/5 < 1/6

> Le signe de l'inégalité est changé quand les 2 membres sont de mêmes signes.

valeurs_absolues

| a + b |	si a + b > 0	a + b
| a + b |	si a + b = 0	0
| a + b |	si a + b < 0	- (a + b) -> -a -b

Identités remarquables

$(a - b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a - b)^2$	$a^3 -3a^2b + 3ab^2 - b^3$
a^2-b^2	$(a + b) (a - b)$
$a^3 - b^3$	$(a - b) (a^2 + ab + b^2)$
Pour n impair :	
$a^n + b^n$	(a + b) (...)
$a^n + b^n$	(a - b) (...)
Pour n pair :	
$a^n + b^n$	Ne peut être factorisé
$a^n - b^n$	(a + b) (a - b) (...)
(...)	S'obtient par division polynomiale

Factorisation

Mise en évidence :	
$a^2 + 2a$	$a(2 + a)$
Reconnaissance d'identité remarquable :	
$x^2 - 9$	$(x + 3) (x - 3)$
Regroupement :	
$aX^2 + bX + c$	$a(X^2 + bX/\mathbf{a} + c/\mathbf{a})$
$a(X^2 + \mathbf{2}bX/\mathbf{2}a + c/a)$	$a ((X + \mathbf{b/2a})^2-b^2/4a^2+c/a)$
$a((X+ b/2a)^2 - (b^2+4ac)/4a$	
$x1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac})/ 2a$	$x2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac})/ 2a$

Fonctions quadratiques :

$f1(x) = x^2$	Donne une fonction de type U
$f2(x) = (x - q)^2$	Donne une fonction de type U avec un décalage q (en x)
$f3(x) = p(x-q)^2$	Plus p est grand plus la fonction est serré Si p est négatif la fonction part contre le bas.
$f4(x) = p (x-q)^2 + r$	Ajouter r décale la fonciton verticalement (axe y)
$y = a (x - b)^2+ o$	Le point S est (b; o)

Fonctions quadratiques : (cont)

S est un maximum si $a < 0$	S est un minimum si $a > 0$

Fonctions quadratiques (les racines)

Les racines sont les intersections de la fonction avec l'axe x	$x1 = 0$ & $x2 = 0$
$p(x-q)^2 + r = 0$	$x-q = +ou- \sqrt{-r/p}$
$x1 = \sqrt{(-r/p)} + q$	$x2 = -\sqrt{(-r/p)} + q$

Forme Polynomiale en canonique

Pour trouver une racine il faut la forme canonique:

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$a[x^2+2(b/2a)*x+(b/2a)^2-(b/2a)^2+c/a]$

$a(x + b/2a)^2 - (b^2 - 4ac)/4a$

On veut $p(x - q)^2 + r$

$r = - (b^2-4ac)/4a$

$q = -b/2a$

$p = a$

On a donc : $a (x - (-b/2a))^2 + ((b^2-4ac)/4a)$

Factorisation de fonction

$p(x) = a(X - X1) (X - X2)$	$a(X^2-X\ \mathit{X1} - X\ X2 + X1 * X2)$
$aX^2 - a(X1 + X2) X + a\mathit{X1}\ X2$	On retrouve une équation du second degré.
X1 et X2 sont les racines du polynôme :	
$P(X1) = a(X1 - X1) (X1 - X2) = 0$	On sait que $X1 - X1 = 0$
$P(X2) = a(X2 - X1) (X2 - X2) = 0$	On sait que $X2 - X2 = 0$

Il est facile et toujours possible de passer de la forme factorisé à la forme polynômiale.

S'il n'y a pas de racines réeles (intersection avec l'axe x) on ne pourra pas mettre le polynôme sous forme factorisé c'est donc un pôlynome irréductible!

Factorisation de fonction degré n

Pour passer de la forme factorisée à la forme pôlynomiale on procède comme une fonction de degré 2

Pour l'opération inverse il faut utiliser le Théorème Fondamental de l'algébre.

Tout polynôme Pn(x) de degré **n** peut s'écrire comme le produit de k polynômes du premier degré et m polynômes irréductibles du seconde degré.

k correspond au nombre de racines réelles de Pn(x)

$n = k + 2m$

$m = (n - k)/2$

Décomposition en fractions simples

$f(x) = N(x) / D(x)$

Si le degré du numérateur est supérieur ou égal au degré du dénominateur on effectue une division polynômiale et on pourra factoriser le reste.

E1. Si nécessaire effectuer la division euclidienne et prendre **uniquement** le reste pour les prochaines étapes :

E2. Factoriser Dn(x) en produit soit de facteur linéaires $(px + q)^n$ soit/et en facteurs quadratiques irréductibles $(ax^2 + bx + c)^m$

E3. Pour chaque facteur $(px + q)^n$ écrire la somme de fractions : $A1/(px+q) + A2/(px+q)^2 + An/(px+q)^n$

E4. Pour chaque facteur $(ax^2 +bx +c)^m$ écrire la somme de fractions simples : $((B1*x + c1)/(ax^2+bx+c)) + ((B2x + c2)/(ax^2+bx+c)^2)+((Bmx + cm)/(ax^2+bx+c)^m)$

E5. Calculer les constantes Ai, Bi, Cien posant que la fraction rationnelle Nk(x) / Dn(x) doit être **IDENTIQUE** à sa décomposition en fractions simples.

La décomposition en fractions simples concerne les fonctions rationelles irréductibles.