

### Les intervalles

$X \in [a, b]$	$a \leq x \leq b$	intervalle fermé
$X \in ]a, b[$	$a < x < b$	intervalle ouvert
$X \in [a, b[$	$a \leq x < b$	intervalle ouvert à droite

### Addition d'inégalités

$$\begin{array}{l} -5 < 6 \mid + 2 \\ -3 < 8 \end{array}$$

Le signe de l'inégalité n'est pas changé.

### Multiplication d'inégalités

$$\begin{array}{l} -5 < 6 \mid * 2 \\ 10 > -12 \end{array}$$

Si on multiplie par un nombre négatif on inverse le sens de l'inégalité

### Mise au carré d'inégalités

$$\begin{array}{l} -5 < 6 \mid ^2 \\ 25 < 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -6 < 5 \mid ^2 \\ 36 > 25 \end{array}$$

Il y a inversion de signe si l'inégalité de départ est fautive en valeur absolue.

### Racine carré d'inéquation

$$\begin{array}{l} 36 > 25 \mid \sqrt{\phantom{x}} \\ 6 > 5 \end{array}$$

Le signe de l'inégalité n'est pas changé. On prend seulement les nombres positifs.

### Inverse de l'inéquation

$$\begin{array}{l} 5 < 6 \mid 1/ \\ 1/5 > 1/6 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -5 < 6 \mid 1/ \\ -1/5 < 1/6 \end{array}$$

Le signe de l'inégalité est changé quand les 2 membres sont de mêmes signes.

### valeurs\_absolues

$ a + b $	si $a + b > 0$	$a + b$
$ a + b $	si $a + b = 0$	0
$ a + b $	si $a + b < 0$	$-(a + b) \rightarrow -a - b$

### Identités remarquables

$$\begin{array}{l} (a - b)^2 \quad a^2 - 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 \quad a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ a^2 - b^2 \quad (a + b)(a - b) \\ a^3 - b^3 \quad (a - b)(a^2 + ab + b^2) \end{array}$$

Pour n impair :

$$\begin{array}{l} a^n + b^n \quad (a + b)(\dots) \\ a^n - b^n \quad (a - b)(\dots) \end{array}$$

Pour n pair :

$$\begin{array}{l} a^n + b^n \quad \text{Ne peut être factorisé} \\ a^n - b^n \quad (a + b)(a - b)(\dots) \\ (\dots) \quad \text{S'obtient par division polynomiale} \end{array}$$

### Factorisation

Mise en évidence :

$$a^2 + 2a \quad a(2 + a)$$

Reconnaissance d'identité remarquable :

$$x^2 - 9 \quad (x + 3)(x - 3)$$

Regroupement :

$$\begin{array}{l} aX^2 + bX + c \quad a(X^2 + bX/a + c/a) \\ a(X^2 + 2bX/2a + c/a) \quad a((X + b/2a)^2 - b^2/4a^2 + c/a) \\ a((X + b/2a)^2 - (b^2 + 4ac)/4a) \\ x1 = (-b + \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a \quad x2 = (-b - \sqrt{b^2 - 4ac}) / 2a \end{array}$$

### Fonctions quadratiques :

$$f1(x) = x^2 \quad \text{Donne une fonction de type U}$$

$$f2(x) = (x - q)^2 \quad \text{Donne une fonction de type U avec un décalage q (en x)}$$

$$f3(x) = p(x - q)^2 \quad \text{Plus p est grand plus la fonction est serré Si p est négatif la fonction part contre le bas.}$$

$$f4(x) = p(x - q)^2 + r \quad \text{Ajouter r décale la fonction verticalement (axe y)}$$

$$y = a(x - b)^2 + o \quad \text{Le point S est (b; o)}$$

### Fonctions quadratiques : (cont)

S est un maximum si  $a < 0$

S est un minimum si  $a > 0$

### Fonctions quadratiques (les racines)

Les racines sont les intersections de la fonction avec l'axe x

$$x_1 = 0 \text{ \& } x_2 = 0$$

$$p(x-q)^2 + r = 0$$

$$x-q = +ou- \sqrt{-r/p}$$

$$x_1 = \sqrt{-r/p} + q$$

$$x_2 = -\sqrt{-r/p} + q$$

### Forme Polynomiale en canonique

Pour trouver une racine il faut la forme canonique:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$a[x^2 + 2(b/2a)x + (b/2a)^2 - (b/2a)^2 + c/a]$$

$$a(x + b/2a)^2 - (b^2 - 4ac)/4a$$

On veut  $p(x - q)^2 + r$

$$r = - (b^2 - 4ac)/4a$$

$$q = -b/2a$$

$$p = a$$

On a donc :  $a(x - (-b/2a))^2 + ((b^2 - 4ac)/4a)$

### Factorisation de fonction

$$p(x) = a(X - X_1)(X - X_2)$$

$$a(X^2 - X X_1 - X X_2 + X_1 * X_2)$$

$$aX^2 - a(X_1 + X_2)X + aX_1 X_2$$

On retrouve une équation du second degré.

$X_1$  et  $X_2$  sont les racines du polynôme :

$$P(X_1) = a(X_1 - X_1)(X_1 - X_2) = 0 \quad \text{On sait que } X_1 - X_1 = 0$$

$$P(X_2) = a(X_2 - X_1)(X_2 - X_2) = 0 \quad \text{On sait que } X_2 - X_2 = 0$$

Il est facile et toujours possible de passer de la forme factorisé à la forme polynomiale.

S'il n'y a pas de racines réelles (intersection avec l'axe x) on ne pourra pas mettre le polynôme sous forme factorisé c'est donc un polynôme irréductible!

### Factorisation de fonction degré n

Pour passer de la forme factorisée à la forme polynomiale on procède comme une fonction de degré 2

Pour l'opération inverse il faut utiliser le Théorème Fondamental de l'algèbre.

Tout polynôme  $P_n(x)$  de degré  $n$  peut s'écrire comme le produit de  $k$  polynômes du premier degré et  $m$  polynômes irréductibles du seconde degré.

$k$  correspond au nombre de racines réelles de  $P_n(x)$

$$n = k + 2m$$

$$m = (n - k)/2$$

### Décomposition en fractions simples

$$f(x) = N(x) / D(x)$$

Si le degré du numérateur est supérieur ou égal au degré du dénominateur on effectue une division polynomiale et on pourra factoriser le reste.

E1. Si nécessaire effectuer la division euclidienne et prendre **uniquement** le reste pour les prochaines étapes :

E2. Factoriser  $D_n(x)$  en produit soit de facteur linéaires  $(px + q)^n$  soit/et en facteurs quadratiques irréductibles  $(ax^2 + bx + c)^m$

E3. Pour chaque facteur  $(px + q)^n$  écrire la somme de fractions :  $A_1/(px+q) + A_2/(px+q)^2 + \dots + A_n/(px+q)^n$

E4. Pour chaque facteur  $(ax^2 + bx + c)^m$  écrire la somme de fractions simples :  $((B_1x + c_1)/(ax^2+bx+c)) + ((B_2x + c_2)/(ax^2+bx+c)^2) + \dots + ((B_mx + c_m)/(ax^2+bx+c)^m)$

E5. Calculer les constantes  $A_i, B_i, C_i$  en posant que la fraction rationnelle  $N_k(x) / D_n(x)$  doit être **IDENTIQUE** à sa décomposition en fractions simples.

La décomposition en fractions simples concerne les fonctions rationnelles irréductibles.

