

### La parabola

La parabola è una delle coniche. Fissati nel piano un punto  $F$  (fuoco) e una retta  $d$  (direttrice), si chiama parabola la curva luogo geometrico dei punti equidistanti da  $F$  e da  $d$

EQUAZIONE  $y = ax^2 + bx + c$

### Formule generali: parallela all'asse y

VERTICE  $V(-b/2a ; -\Delta/4a)$

FUOCO  $F(-b/2a ; 1-\Delta/4a)$

DIRETTRICE  $y = -(1+\Delta/4a)$

ASSE DI SIMMETRIA  $x = -b/2a$

### Formule generali: perpendicolare all'asse y

EQUAZIONE  $x = ay^2 + by + c$

VERTICE  $V(-\Delta/4a ; -b/2a)$

FUOCO  $F(1-\Delta/4a ; -b/2a)$

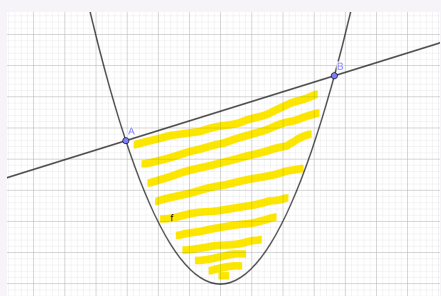
DIRETTRICE  $x = -(1+\Delta/4a)$

ASSE DI SIMMETRIA  $y = -b/2a$

### Parabole congruenti

Date  $y = ax^2 + bx + c$  e  $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$ , esse sono congruenti se hanno la stessa apertura  $|a| = |a_1|$

### SEGMENTO PARABOLICO



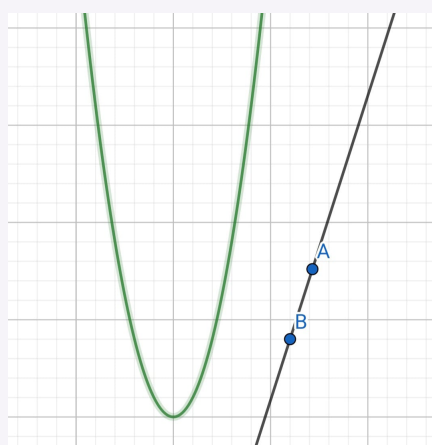
### Segmento parabolico

Il segmento parabolico è la parte di piano compresa tra la parabola e la retta secante

Per il teorema di Archimede, l'area del segmento parabolico è  $A_{sp} = A_{tm}(4/3)$  4/3 di quella del triangolo massimo inscritto al segmento parabolico che ha base AB

Formula generale  $A_{sp} = |a|/6 \times |x_0 - x_1|^3$

### RETTA ESTERNA ALLA PARABOLA

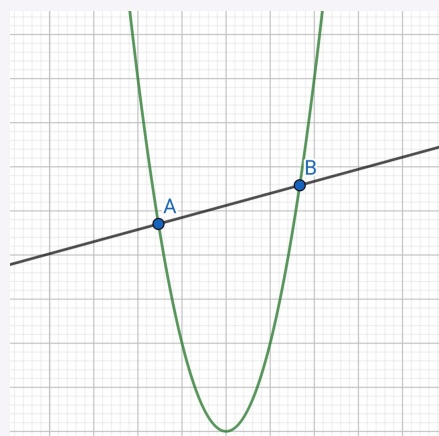


### Retta esterna alla parabola

La retta è esterna alla parabola quando non hanno punti in comune

$\Delta < 0$

### RETTA SECANTE ALLA PARABOLA

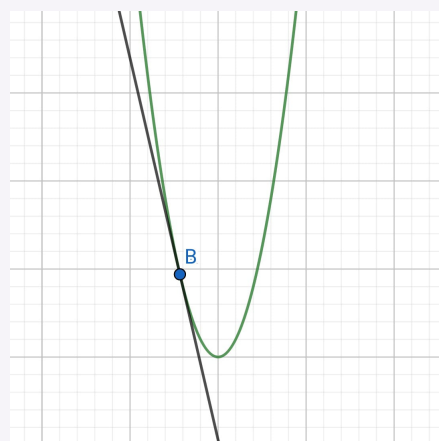


### Retta secante alla parabola

La retta e la parabola hanno due punti di intersezione distinti

$\Delta > 0$

### RETTA TANGENTE ALLA PARABOLA



### Retta tangente alla parabola

La retta e la parabola hanno un punto di intersezione doppio (= due coincidenti)

$\Delta = 0$



### Punti e parabole

Sistema di equazioni tra fascio di rette e parabola  $y-y_0=m(x-x_0)$   
 $y=ax^2+bx+c$

Equazione risolvente del sistema di equazioni tra fascio di rette e parabola  $ax^2+bx+c=-m(x-x_0)+y_0$

Se il punto è esterno alla parabola, possiamo tracciare due tangenti con  $\Delta=0$ , abbiamo soluzioni  $m_1$  diverso da  $m_2$

Se il punto appartiene alla parabola, possiamo tracciare una sola tangente con  $\Delta=0$ , abbiamo una sola soluzione di  $m$

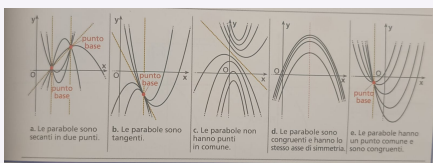
Se il punto è interno alla parabola, non possiamo tracciare nessuna tangente con  $\Delta=0$ , non abbiamo alcuna soluzione

### SE IL PUNTO APPARTIENE ALLA PARABOLA

Formula per trovare  $m$  (solo nella parabola)  $m=2ax_0+b$ , avendo  $P(x_0;y_0)$

Formule generali (ogni curva)  $x \rightarrow (x+x_0)/2$ ;  $y \rightarrow (y+y_0)/2$ ;  $x^2 \rightarrow x \times x_0$

### FASCI DI PARABOLE



### Fasce di parabole

Equazione  $y=ax^2+bx+c + k(a_1x^2+b_1x+c)$

Punti base sono i punti in comune tra tutte le parabole del fascio

Parabole degeneri algebriche sono rette passanti per i punti base che si possono ottenere dall'equazione del fascio

Parabole degeneri grafiche sono rette/coppie di rette parallele all'asse  $y$  e passanti per i punti base. Le possiamo identificare nel grafico, ma non si possono ricavare dall'equazione

### Fasce di parabole: casi grafici

CASO 1: due punti base e una parabola degenera algebrica (+ una coppia di rette passante per punti base  $\rightarrow$  parabola degenera grafica)

CASO 2: un punto base doppio e una parabola degenera algebrica (+ una retta passante per il punto base  $\rightarrow$  parabola degenera grafica)

CASO 3: nessun punto base, ma una parabola degenera algebrica

CASO 4: nessun punto base, nessuna degenera, ma congruenti e con stesso asse di simmetria

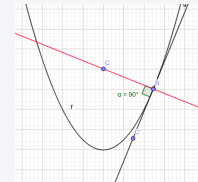
CASO 5: un punto base semplice, senza degenera algebrica (+ una retta passante per il punto base  $\rightarrow$  parabola degenera grafica)

### Fasce di parabole: casi algebrici

CASO 1: la  $y$  NON dipende dal parametro es.  $y=3tx^2-x+t$

CASO 2: anche la  $y$  dipende dal parametro es.  $ty=(t-1)x^2+tx-2$

### LA NORMALE



### La normale

La normale è la retta passante per il punto di tangenza che è **perpendicolare** alla tangente stessa