Álgebra - Factorización Cheat Sheet

by Mon. (Monz gomz) via cheatography.com/64672/cs/24031/

Términos racionales e irracionales

Término racional	No tiene raíz.
Término irracional	Tiene raíz.

Leyes importantes

Ley asociativa	**abcd= (ab)·(cd)=(a-bc)·d**
Ley de signos	**+·+ = +**
Ley de signos	**- · - = +**
Ley de signos	**+ · - = -**
Ley de signos	**- · + = -**
Ley de signos	**+ / - = -**
Ley de signos	**+ / + = +**
Ley de signos	**- / + = -**
Ley de signos	**- / - = +**
Ley de exponentes	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
Ley de exponentes	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$
Ley de exponentes	$a^n / a^m = a^{n-m}$

Productos Notables

Ciertos productos que cumplen reglas fijas y el resultado puede ser por inspección.

Cambios de signos en multiplicación

(a-b)(c-d) = -(b-a)(c-d)
(a-b)(c-d) = - (a-b)(d-c)
(a-b)(c-d) = (b-a)(d-c)

Teorema del residuo

Dividir un polinomio entre un binomio de la forma **x - a** se obtiene sustituyendo **x** por la **a**.
Cuando el divisor sea de la forma **bx - a** donde **b** es el coeficiente de **x** y distinto a 1, es el residuo obtiene sustituyendo **x** por **a / b** o cuando sea **bx + a** por **- a / b**

Fracciones Heterogéneas

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad-bc}{bd}$$

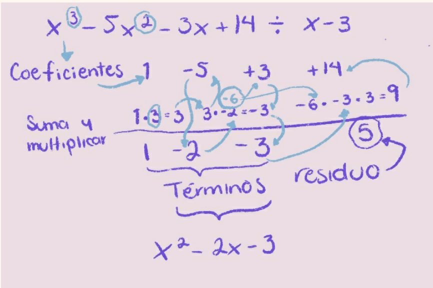
Conjugación

El mismo término con signo opuesto
(a + b)**(a - b)** = $a^2 - b^2$
Raíz(4 + x) - 2 ---> **conjugado es** Raíz(4 + x) + 2

Division sintética

Permite hallar el **cociente y residuo** de una división de polinomio y binomio.

División sintética



Es divisible solo si...

$\frac{a^n-b^n}{a-b}$ siempre

$\frac{a^n+b^n}{a+b}$ si n es impar

$\frac{a^n-b^n}{a+b}$ si n es par

$\frac{a^n+b^n}{a-b}$ nunca

Racionalización

Se multiplica ambos términos por algo que haga al denominador raíz exacta.
- Se multiplica por la conjugada del denominador.
- Si son 3 radicales se multiplica por la conjugada del denominador y luego por la conjugada del resultado.

Radicales

- $\sqrt[n]{abc} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c}$
- $(a\sqrt[n]{m})(b\sqrt[n]{x}) = am^{1/n} \cdot bx^{1/n}$
  $= abm^{1/n}x^{1/n} = ab(mx)^{1/n}$
  $= ab\sqrt[n]{mx}$

Radicales

- $\frac{a}{b}\sqrt[n]{\frac{m}{x}} \cdot b\sqrt[n]{x}$
  $= \frac{ab}{b}\sqrt[n]{\frac{mx}{x}} = a\sqrt[n]{m}$

Factores

Factor común	**$10b - 30ab^2 = 10b(1 - 3ab)$**
Agrupación de términos	**$ax+bx+ay+by = (a+b)(x+y)$**
Trinomio Cuadrado Perfecto	**$m^2+ 2m + 1 = (m+1)^2$**
Diferencia de Cuadrados Perfectos	**$16x^2-25y^4= (4x+5y^2)(4x-5y^2)$**
Trinomio de la forma **x^2+bx+c**	**$x^2+5x+6 = (x+2)(x+3)$** *sumados 5, producto 6*
Suma de cubos perfectos	**$a^3+b^3= (a+b)(a^2-ab+b^2)$**
Diferencia de cubos	**$a^3-b^3= (a-b)(a^2+ab+b^2)$**

- Al multiplicar los factores debe dar la expresión original.
Trinomio Cuadrado Perfecto también llamado TCP

Factores. TCP por adición o Sustracción

$$\begin{array}{l} x^4+x^2y^2+y^4 \\ \quad +x^2y^2 \quad -x^2y^2 \\ \hline \underbrace{x^4+2x^2y^2+y^4}_{TCP} -x^2y^2 \\ \underbrace{TCP \quad -x^2y^2}_{\text{Diferencia cuadrados}} \end{array}$$

Factores. Trinomio de la forma ax2+ bx + c

$$6x^2-7x-3 \rightarrow 6(6x^2)-6(7x)-6(3) =$$
$$(6x)^2-7(6x)-18 =$$
$$(6x-9)(6x+2) =$$
$$\frac{(6x-9)(6x+2)}{2\cdot 3} =$$
$$(2x-3)(3x+1)$$

Factores. Cubo perfecto de binomio

$$8x^3+12x^2+6x+1 \longrightarrow \sqrt[3]{8x^3} = 2x \quad \sqrt[3]{1} = 1$$
$$= 3(2x)^2(1) = 12x^2$$
$$= 3(2x)(1)^2 = 6x$$
$$= (2x+1)$$

Factores. Suma o diferencia de potencias

Teorema del residuo

Diferencia de *potencias iguales*, es divisible entre la **diferencia, sean pares o impares.**

Diferencia de *potencias iguales* pares es divisible **por la suma**

Sumatoria de potencias iguales impares, es divisible por **la suma.**

Sumatoria de potencias iguales pares, **no es divisible.**

Ejemplo.

$$\frac{m^5+n^5}{m+n}$$
$$=(m+n)(m^4-m^3n+m^2n^2-mn^3+n^4)$$