

Operazioni tra Vettori

Somma e Differenza tra vettori
 $u+v = (u_1+v_1, u_2+v_2, u_3+v_3)$
 $u-v = (u_1-v_1, u_2-v_2, u_3-v_3)$

Proprietà della Somma

- Commutativa: $u+v = v+u$
- Associativa: $u + (v + w) = (u + v) + w$
- Elemento neutro: $v + 0 = v$
- Opposto: $v + (-v) = 0$

Prodotto di un Vettore per uno Scalare
 $u \cdot a = (u_1 \cdot a, u_2 \cdot a, u_3 \cdot a)$
 il risultato è un altro vettore.
 Se $a = 0$ o $v = 0$ (vettore nullo), allora $a \cdot v$ è il vettore nullo.

Proprietà del prodotto di un Vettore per uno Scalare

- (1) Distributività del prodotto rispetto alla somma tra vettori:
 $a \cdot (u + v) = a \cdot u + a \cdot v$ (con u e v vettori, a scalare).
- (2) Distributività del prodotto rispetto alla somma tra scalari:
 $(a + b) \cdot v = a \cdot v + b \cdot v$ (con v vettore, a e b scalari).
- (3) Associativa: $a \cdot (b \cdot v) = (a \cdot b) \cdot v$ (con v vettore, a e b scalari).
- (4) Esistenza dell'elemento neutro: $1 \cdot v = v$ per ogni vettore.

Operazioni tra Vettori (cont)

Prodotto Vettoriale

- 1) Il prodotto vettoriale tra due vettori è un vettore! Occhio a non fare confusione con il prodotto scalare, che è per l'appunto uno scalare in termini algebrici
- 2) Il prodotto vettoriale tra due vettori è un vettore ortogonale ad entrambi i vettori.
- 3) Il prodotto vettoriale è un'operazione definita solamente con vettori di \mathbb{R}^3 .
 Non è possibile cioè calcolarlo con vettori in \mathbb{R}^n con $n \neq 3$ né in qualsiasi altro spazio vettoriale.
- 4) Il modulo del prodotto vettoriale tra v, w è dato da
 $|v \times w| = |v| \cdot |w| \cdot \sin(\theta)$
 la direzione è perpendicolare al piano individuato da v, w .
- 5) Per individuare il verso del prodotto vettoriale si ricorre alla regola della mano destra: si dispone il pollice nella direzione e nel verso del primo vettore, e l'indice nella direzione e nel verso del secondo vettore. Distendendo il dito medio, si hanno la direzione e il verso cui punta il prodotto.



By **Lidenbrock**
cheatography.com/lidenbrock/

Not published yet.
 Last updated 2nd July, 2018.
 Page 1 of 3.

Sponsored by **CrosswordCheats.com**
 Learn to solve cryptic crosswords!
<http://crosswordcheats.com>

Operazioni tra Vettori (cont)

Come calcolare prodotto vettoriale
 dati $v=[v_1, v_2, v_3]$ e $w=[w_1, w_2, w_3]$
 chiamiamo (i, j, k) i tre versori degli assi coordinati, Vale la formula:
 $v \times w = (v_2 \cdot w_3 - v_3 \cdot w_2) \cdot i + (v_3 \cdot w_1 - v_1 \cdot w_3) \cdot j + (v_1 \cdot w_2 - v_2 \cdot w_1) \cdot k$

Prodotto scalare tra due vettori
 $v \cdot w = (v_1 \cdot w_1) + (v_2 \cdot w_2) + (v_3 \cdot w_3)$

Vettori

Indipendenza lineare
 Se $DET = 0$ allora sono Linearmente Dipendenti
 Se $DET \neq 0$ allora sono Linearmente Indipendenti

Ortogonalità
 Due vettori sono ortogonali se il loro prodotto scalare fa 0

Appunti su esercizi esame

Dire se i vettori v_1, v_2, v_3, v_4 generano R^3 o Determinare un insieme massimale
 dobbiamo mettere i vettori in una matrice 3×4 disponendoli per colonna, calcolare la riduzione di gauss e vedere quanti pivot non nulli ci sono, se sono \geq di R^3 allora ok se $<$ allora i vettori non posso generare R^3 .

Estrarre base
 bisogna mettere 3 vettori tra quelli disponibili dentro una matrice 3×3 e calcolare il determinante, se $= 0$ allora sono lin. Dipendenti e non vanno bene come base, se il determinante $\neq 0$ allora sono lin. Indipendenti e generano una base di R^3 .

Appunti su esercizi esame (cont)

Completare una base di R^3
 bisogna aggiungere un vettore che faccia rimanere lin. Indipendente il sistema.
 Quindi facciamo il prodotto righe per colonne tra la matrice con i due vettori e il vettore colonna (x, y, z), poniamo tutto a sistema e lo risolviamo sostituendo il parametro libero t e alla fine scriviamo la soluzione come il prodotto tra il vettore che abbiamo trovato e il parametro libero t, Es. (x, y, z) = (0, 0, 1) · t

Matrici

Per determinare le soluzioni del sistema $Ax = B$ già ridotto nel primo es.
 Moltiplicare la matrice ridotta per B trovando così il vettore colonna con i risultati.
 Per verificare moltiplichiamo la matrice A di partenza non ridotta per i risultati e deve venire come risultato il vettore colonna B.

Per determinare le soluzioni del sistema $Ax = B$ con mat da ridurre.
 Ridurre la matrice (A|B) con k sostituito, mettere la matrice a sistema e risolvere per trovare le soluzioni.
 Se c'è una riga nulla allora è =t parametro libero e ci sono ∞^1 soluzioni, per verificare moltiplico (A|B) non ridotta per i risultati (X) e devo ottenere (B).
 Se la matrice è (2x3) e devo moltiplicarla per un vettore colonna con 2 elementi allora la colonna in più Z è parametro libero.



By **Lidenbrock**
cheatography.com/lidenbrock/

Not published yet.
 Last updated 2nd July, 2018.
 Page 2 of 3.

Sponsored by **CrosswordCheats.com**
 Learn to solve cryptic crosswords!
<http://crosswordcheats.com>

Matrici (cont)

Per Determinare quante sono le soluzioni del sist. $Ax = B$ al var di k .

Calcolo il Det di (A_k) e riduco la matrice con il valore (o valori) del determinante.

Se c'è una riga discordante per es. $(000|6)$ dato che $0 \neq 6$ allora per quel k non ci sono soluzioni.

Se c'è una riga nulla allora ∞^1 soluzioni per quel k .

Quindi per $k \in \mathbb{R} \setminus \{k \text{ che non ha soluzioni}\}$ il sist. Ha unica soluzione.



By **Lidenbrock**

cheatography.com/lidenbrock/

Not published yet.

Last updated 2nd July, 2018.

Page 3 of 3.

Sponsored by **CrosswordCheats.com**

Learn to solve cryptic crosswords!

<http://crosswordcheats.com>