Matrici e Vettori Cheat Sheet

by Lidenbrock via cheatography.com/63244/cs/16156/

Operazioni tra Vettori

Somma e Differenza tra vettori	$u+v = (u1+v1, u2+v2, u3+v3)$ $u-v = (u1-v1, u2-v2, u3-v3)$
Proprietà della Somma	• Commutativa: $u+v = v+u$ • Associativa: $u + (v + w) = (u + v) + w$ • Elemento neutro: $v + 0 = v$ • Opposto: v t.c $v + (- v) = 0$
Prodotto di un Vettore per uno Scalare	$u \cdot a = (u1 \cdot a, u2 \cdot a, u3 \cdot a)$ il risultato è un altro vettore. Se $a = 0$ o $v = 0$ (vettore nullo) , allora $a \cdot v$ è il vettore nullo.
Proprietà del prodotto di un Vettore per uno Scalare	(1) Distributività del prodotto rispetto alla somma tra vettori: $a \cdot (u + v) = a \cdot u + a \cdot v$ (con u e v vettori, a scalare). (2) Distributività del prodotto rispetto alla somma tra scalari: $(a + b) \cdot v = a \cdot v + b \cdot v$ (con v vettore, a e b scalari). (3) Associativa: $a \cdot (b \cdot v) = (a \cdot b) \cdot v$ (con v vettore, a e b scalari). (4) Esistenza dell'elemento neutro: $1 \cdot v = v$ per ogni vettore .

Operazioni tra Vettori (cont)

Prodotto Vettoriale	1) Il prodotto vettoriale tra due vettori è un vettore! Occhio a non fare confusione con il prodotto scalare, che è per l'appunto uno scalare in termini algebrici 2) Il prodotto vettoriale tra due vettori è un vettore ortogonale ad entrambi i vettori. 3) Il prodotto vettoriale è un'operazione definita solamente con vettori di R3. Non è possibile cioè calcolarlo con vettori in Rn con $n \neq 3$ né in qualsiasi altro spazio vettoriale. 4) Il modulo del prodotto vettoriale tra v,w è dato da $\lvert v \times w \rvert = \lvert v \rvert \cdot \lvert w \rvert \cdot \sin(0)$ la direzione è perpendicolare al piano individuato da v,w. 5) Per individuare il verso del prodotto vettoriale si ricorre alla regola della mano destra: si dispone il pollice nella direzione e nel verso del primo vettore, e l'indice nella direzione e nel verso del secondo vettore. Distendendo il dito medio, si hanno la direzione e il verso cui punta il prodotto .

Operazioni tra Vettori (cont)

Come calcolare prodotto vettoriale	dati v=[v1, v2, v3] e w=[w1, w2, w3] chiamiamo (i, j, k) i tre versori degli assi coordinati, Vale la formula: $v \times w = (v2 \cdot w3 - v3 \cdot w2) \cdot i + (v3 \cdot w1 - v1 \cdot w3) \cdot j + (v1 \cdot w2 - v2 \cdot w1) \cdot k$
Prodotto scalare tra due vettori	$v \cdot w = (v1 \cdot w1) + (v2 \cdot w2) + (v3 \cdot w3)$

Vettori

Indipendenza lineare	Se DET = 0 allora sono Linearmente Dipendenti Se DET ≠ 0 allora sono Linearmente Indipendenti
Ortogonalità	Due vettori sono ortogonali se il loro prodotto scalare fa 0

Appunti su esercizi esame

Dire se i vettori v1, v2, v3 ,v4 generano R3 o Determinare un insieme massimale	dobbiamo mettere i vettori in una matrice 3x4 disponendoli per colonna, calcolare la riduzione di gauss e vedere quanti pivot non nulli ci sono, se sono >= di R3 allora ok se < allora i vettori non posso generare R3.
Estrarre base	bisogna mettere 3 vettori tra quelli disponibili dentro una matrice 3x3 e calcolare il determinate, se = 0 allora sono lin. Dipendenti e non vanno bene come base, se il determinate ≠ 0 allora sono lin. Indipendenti e generano una base di R3.

Appunti su esercizi esame (cont)

Completare una base di R3	bisogna aggiungere un vettore che faccia rimanere lin. Indipendente il sistema. Quindi facciamo il prodotto righe per colonne tra la matrice con i due vettori e il vettore colonna (x, y ,z), poniamo tutto a sistema e lo risolviamo sostituendo il parametro libero t e alla fine scriviamo la soluzione come il prodotto tra il vettore che abbiamo trovato e il parametro libero t, Es. (x, y, z) = (0, 0, 1) · t

Matrici

Per determinare le soluzioni del sistema Ak X = B già ridotto nel primo es.	Moltiplicare la matrice ridotta per B trovando così il vettore colonna con i risultati. Per verificare moltiplichiamo la matrice A di partenza non ridotta per i risultati e deve venire come risultato il vettore colonna B.
Per determinare le soluzioni del sistema Ak X = B con mat da ridurre.	Ridurre la matrice (Ak |B) con k sostituito, mettere la matrice a sistema e risolvere per trovare le soluzioni. Se c'è una riga nulla allora è =t parametro libero e ci sono ∞^1 soluzioni, per verificare moltiplico (Ak) non ridotta per i risultati (X) e devo ottenere (B). Se la matrice è (2x3) e devo moltiplicarla per un vettore colonna con 2 elementi allora la colonna in più Z è parametro libero.

Matrici (cont)

Per Determinare quante sono le soluzioni del sist. Ak X = B al var di k.	Calcolo il Det di (Ak) e riduco la matrice con il valore (o valori) del determinante. Se c'è una riga discordante per es. (000|6) dato che 0 ≠ 6 allora per per quel k non ci sono soluzioni. Se c'è una riga nulla allora ∞^1 soluzioni per quel k. Quindi per k ∈ R \ { (k che non ha soluzioni) } il sist. Ha unica soluzione.