Финансовая рента (аннуитет) Cheat Sheet
by Blodwyn (Blodwyn) via cheatography.com/198206/cs/44076/

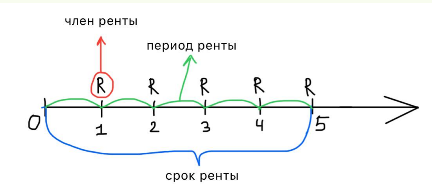
Аннуитет

Поток платежей, все члены которого **положительны**, а временные интервалы между платежами **одинаковы**

Параметры финансовой ренты

член ренты	величина отдельного платежа
период ренты	временной интервал между платежами
срок ренты	время от начала финансовой ренты до конца последнего периода ренты
процентная ставка	ставка, соответствующая периоду ренты

Наглядно



Классификация фин.ренты

по продолжительности периодов ренты	дискретная	периоды ренты - дискретные временные интервалы
	непрерывная	платежи производятся так часто, что их можно считать непрерывными
по частоте платежей	годовая	платежи - 1 раз в год
	p-срочная	платежи - p раз в год
по частоте начисления %	1 раз в год	.
	m раз в год	.
	непрерывное начисление	.
по величине членов ренты	постоянная	равные члены ренты
	переменная	неравные члены ренты
по моменту выплаты членов ренты	постнумерандо	.
	пренумерандо	.
	выплата в середине периода	.

Геометрическая прогрессия

Последовательность, в которой каждый последующий член можно найти, если предыдущий член умножить на одно и то же число

★**На основе** геометрической прогрессии выводятся формулы наращенной и дисконтированной стоимости аннуитета!

Параметры геом.прогрессии

b_1	первый член прогрессии
b_n	n-ый член прогрессии
q	число, на которое умножается каждый следующий член ренты

n-ый член прогрессии

$b_n=b_1*q^{n-1}$

b_1 еще не умножается на q

на q умножается каждый из всех оставшихся (n-1) членов

Сумма геом.прогрессии

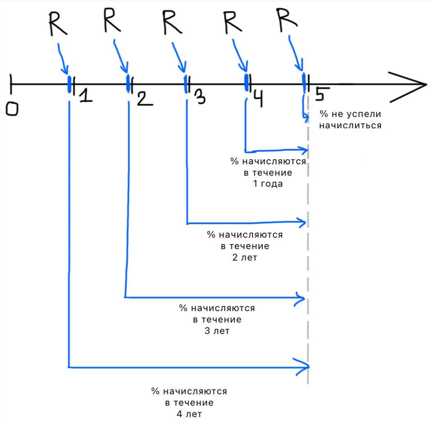
$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

сумма n первых членов геометрической прогрессии

Аннуитет постнумерандо

Поток платежей, которые осуществляются в **конце** каждого периода

Наращенная стоимость



Пусть мы хотим узнать, сколько будет у нас на вкладе в банке через 5 лет, если мы будем откладывать R руб. в конце каждого года, например, 31 декабря. В конце 5 года мы последний раз положим R руб. на вклад и **сразу же** посчитаем, сколько мы накопили.

Превращаем в формулу

$$S_{post} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = \frac{R}{i} \cdot \left[(1+i)^n - 1 \right]$$

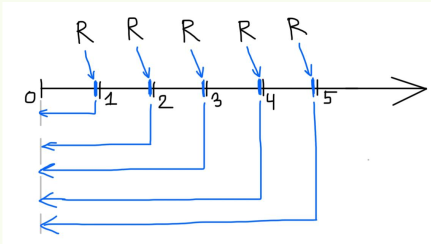
$S_{post}=R(1+i)^4+R(1+i)^3+R(1+i)^2+R(1+i)^1+R(1+i)^0=R(1+i)^4+R(1+i)^3+R(1+i)^2+R*(1+i)^1+R$

Это геометрическая прогрессия

$b_1=R$

$q=(1+i)$

Приведенная стоимость



Пусть мы в течение 5 лет каждый год в конце года будем откладывать по R руб. на вклад под ставку i%. И мы хотим узнать, сколько сегодня стоит сумма накопленных таким образом за 5 лет денег.

Превращаем в формулу

$$P_{post} = R \cdot \frac{1}{1+i} \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+i} - 1} =$$

$$= R \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{\frac{1+i}{1+i} - (1+i)} =$$

$$= R \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{1 - 1 - i} = \Big| \cdot (-1)$$

$$= R \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} =$$

$$= \frac{R}{i} \cdot \left[1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n \right]$$

$P_{post}=R/(1+i)^1+R/(1+i)^2+R/(1+i)^3+R/(1+i)^4+R/(1+i)^5$

$P_{post}=R/(1+i)^1*(1+1/(1+i)^1+1/(1+i)^2+ 1/(1+i)^3+1/(1+i)^4)$

Это геометрическая прогрессия

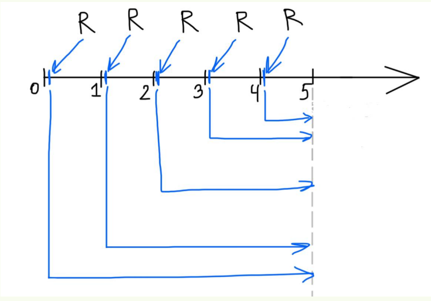
$b_1=R/(1+i)$

$q=1/(1+i)$

Аннуитет пренумерандо

Поток платежей, которые осуществляются в **начале** каждого периода

Наращенная стоимость



Пусть мы хотим узнать, сколько будет у нас на вкладе в банке через 5 лет, если мы будем откладывать R руб. в начале каждого года, например, 1 января. На последний платеж в начале последнего года ещё весь год будут начисляться проценты, в отличие от постнумерандо.

Превращаем в формулу

$$S_{pre} = R\cdot(1+i)\cdot\frac{(1+i)^n-1}{1+i-1} = S_{post}\cdot(1+i)$$

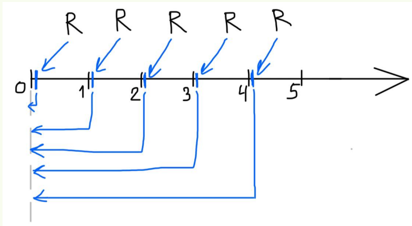
$S_{pre}=R(1+i)^5+R(1+i)^4+R(1+i)^3+R(1+i)^2+R(1+i)^1=R(1+i)^1((1+i)^4+R(1+i)^3+R(1+i)^2+(1+i)^1+1)$

Это геометрическая прогрессия

$b_1=R(1+i)$

$q=(1+i)$

Приведенная стоимость



Пусть мы в течение 5 лет каждый год в начале года будем откладывать по R руб. на вклад под ставку i%. И мы хотим узнать, сколько сегодня стоит сумма накопленных таким образом за 5 лет денег.

Превращаем в формулу

$$P_{pre} = R\cdot\frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n-1}{\frac{1}{1+i}-1} = P_{post}\cdot(1+i)$$

$P_{pre}=R/(1+i)^0+R/(1+i)^1+R/(1+i)^2+R/(1+i)^3+R/(1+i)^4=R*(1+1/(1+i)^1+1/(1+i)^2+1/(1+i)^3+1/(1+i)^4)$

Это геометрическая прогрессия

$b_1=R$

$q=1/(1+i)$

Вывод

Т.е. при аннуитете пренумерандо момент платежа сдвигается назад, в начало периода

При **наращении** проценты начисляются **на один период дольше**, чем при постнумерандо

При **дисконтировании** платежи дисконтируются **в течение меньшего количества периодов**, чем при постнумерандо.

Выплаты в середине периода

Поток платежей, которые осуществляются в **середине** каждого периода

Зачем нужен?

Такой аннуитет используется, когда платежи **равномерно распределены в течение всего периода ренты** - например, выручка магазина за год = 5 млн.руб., но эта сумма поступает на счет компании не разовым платежом, а равномерными платежами в течение всего года, когда покупатели что-то покупают в магазине -> удобно считать, что все эти платежи за год были получены в середине периода.

Принцип выведения формулы

★**Пренумерандо** - сдвигаем постнумерандо на **1 период назад** умножением на (1+i)
★**Выплаты в середине периода** - сдвигаем постнумерандо на **1/2 периода назад** умножением на $(1+i)^{1/2}$

Формулы

$$S' = S_{post} \cdot (1+i)^{\frac{1}{2}}$$

$$P' = P_{post} \cdot (1+i)^{\frac{1}{2}}$$

Современная стоимость - это

Современная стоимость - это приведенная стоимость всех аннуитетных платежей.
Если бы мы внесли современную сумму P **одним платежом** (без аннуитетных платежей) на вклад под i% на n лет, то получили бы **ту же** будущую сумму S, что и **при аннуитетных платежах**, вносимых на вклад под тот же процент и на такое же количество лет..