

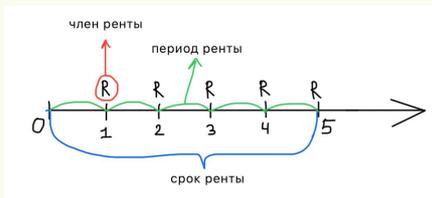
### Аннуитет

Поток платежей, все члены которого **положительны**, а временные интервалы между платежами **одинаковы**

### Параметры финансовой ренты

<b>член ренты</b>	величина отдельного платежа
<b>период ренты</b>	временной интервал между платежами
<b>срок ренты</b>	время от начала финансовой ренты до конца последнего периода ренты
<b>процентная ставка</b>	ставка, соответствующая периоду ренты

### Наглядно



### Классификация фин.ренты

по продолжительности периодов ренты	дискретная	периоды ренты - дискретные временные интервалы
	непрерывная	платежи производятся так часто, что их можно считать непрерывными
по частоте платежей	годовая	платежи - 1 раз в год
	p-срочная	платежи - p раз в год
по частоте начисления %	1 раз в год	.
	m раз в год	.
	непрерывное начисление	.
по величине членов ренты	постоянная	равные члены ренты
	переменная	неравные члены ренты
по моменту выплаты членов ренты	постнумерандо	.
	пренумерандо	.
	выплата в середине периода	.

### Геометрическая прогрессия

Последовательность, в которой каждый последующий член можно найти, если предыдущий член умножить на одно и то же число

★ На основе геометрической прогрессии выводятся формулы наращенной и дисконтированной стоимости аннуитета!

### Параметры геом. прогрессии

$b_1$  первый член прогрессии

$b_n$  n-ый член прогрессии

$q$  число, на которое умножается каждый следующий член ренты

### n-ый член прогрессии

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$b_1$  еще не умножается на  $q$

на  $q$  умножается каждый из всех оставшихся  $(n-1)$  членов

### Сумма геом. прогрессии

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

сумма  $n$  первых членов геометрической прогрессии

C

By **Blodwyn** (Blodwyn)  
[cheatography.com/blodwyn/](https://cheatography.com/blodwyn/)

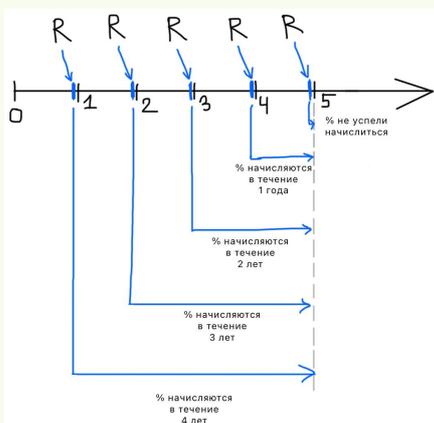
Published 10th August, 2024.  
Last updated 10th August, 2024.  
Page 2 of 6.

Sponsored by **CrosswordCheats.com**  
Learn to solve cryptic crosswords!  
<http://crosswordcheats.com>

### Аннуитет постнумерандо

Поток платежей, которые осуществляются в **конце** каждого периода

### Наращенная стоимость



Пусть мы хотим узнать, сколько будет у нас на вкладе в банке через 5 лет, если мы будем откладывать R руб. в конце каждого года, например, 31 декабря. В конце 5 года мы последний раз положим R руб. на вклад и **сразу же** посчитаем, сколько мы накопили.

### Превращаем в формулу

$$S_{\text{post}} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = \frac{R}{i} \cdot \left[ (1+i)^n - 1 \right]$$

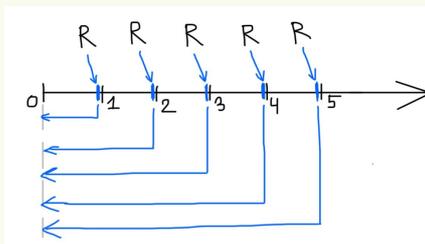
$$S_{\text{post}} = R(1+i)^4 + R(1+i)^3 + R(1+i)^2 + R(1+i)^1 + R(1+i)^0 = R(1+i)^4 + R(1+i)^3 + R(1+i)^2 + R(1+i)^1 + R$$

Это геометрическая прогрессия

$$b_1 = R$$

$$q = (1+i)$$

### Приведенная стоимость



Пусть мы в течение 5 лет каждый год в конце года будем откладывать по R руб. на вклад под ставку i%. И мы хотим узнать, сколько сегодня стоит сумма накопленных таким образом за 5 лет денег.

### Превращаем в формулу

$$P_{\text{post}} = R \cdot \frac{1}{1+i} \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+i} - 1} = R \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+i} - (1+i)} = R \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{1 - 1 - i} = \left| \cdot (-1) \right. = R \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n}{i} = \frac{R}{i} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{1}{1+i}\right)^n \right]$$

$$P_{\text{post}} = R/(1+i)^1 + R/(1+i)^2 + R/(1+i)^3 + R/(1+i)^4 + R/(1+i)^5$$

$$P_{\text{post}} = R/(1+i)^1 * (1+1/(1+i)^1 + 1/(1+i)^2 + 1/(1+i)^3 + 1/(1+i)^4)$$

Это геометрическая прогрессия

$$b_1 = R/(1+i)$$

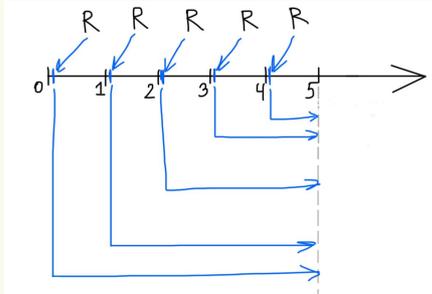
$$q = 1/(1+i)$$



### Аннуитет пренумерандо

Поток платежей, которые осуществляются в **начале** каждого периода

### Наращенная стоимость



Пусть мы хотим узнать, сколько будет у нас на вкладе в банке через 5 лет, если мы будем откладывать R руб. в начале каждого года, например, 1 января. На последний платеж в начале последнего года ещё весь год будут начисляться проценты, в отличие от постнумерандо.

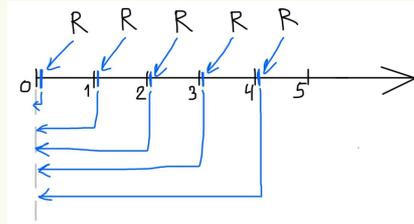
### Превращаем в формулу

$$S_{pre} = R \cdot (1+i) \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = S_{post} \cdot (1+i)$$

$$S_{pre} = R(1+i)^5 + R(1+i)^4 + R(1+i)^3 + R(1+i)^2 + R(1+i)^1 = R(1+i) \left( (1+i)^4 + (1+i)^3 + R(1+i)^2 + (1+i)^1 + 1 \right)$$

Это геометрическая прогрессия  
 $b_1 = R(1+i)$   
 $q = (1+i)$

### Приведенная стоимость



Пусть мы в течение 5 лет каждый год в начале года будем откладывать по R руб. на вклад под ставку i%. И мы хотим узнать, сколько сегодня стоит сумма накопленных таким образом за 5 лет денег.

### Превращаем в формулу

$$P_{pre} = R \cdot \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right)^n - 1}{\frac{1}{1+i} - 1} = P_{post} \cdot (1+i)$$

$$P_{pre} = R/(1+i)^0 + R/(1+i)^1 + R/(1+i)^2 + R/(1+i)^3 + R/(1+i)^4 = R \cdot (1 + 1/(1+i) + 1/(1+i)^2 + 1/(1+i)^3 + 1/(1+i)^4)$$

Это геометрическая прогрессия

$$b_1 = R$$

$$q = 1/(1+i)$$

### Вывод

Т.е. при аннуитете пренумерандо момент платежа сдвигается назад, в начало периода  
 При **наращении** проценты начисляются на **один период дольше**, чем при постнумерандо  
 При **дисконтировании** платежи дисконтируются в течение **меньшего количества периодов**, чем при постнумерандо.



### Выплаты в середине периода

Поток платежей, которые осуществляются в **середине** каждого периода

### Зачем нужен?

Такой аннуитет используется, когда платежи **равномерно распределены в течение всего периода ренты** - например, выручка магазина за год = 5 млн.руб., но эта сумма поступает на счет компании не разовым платежом, а равномерными платежами в течение всего года, когда покупатели что-то покупают в магазине -> удобно считать, что все эти платежи за год были получены в середине периода.

### Принцип выведения формулы

★Пренумерандо - сдвигаем постнумерандо на **1 период назад** умножением на  $(1+i)$

★Выплаты в **середине периода** - сдвигаем постнумерандо на **1/2 периода назад** умножением на  $(1+i)^{1/2}$

### Формулы

$$S' = S_{\text{post}} \cdot (1+i)^{\frac{1}{2}}$$

$$P' = P_{\text{post}} \cdot (1+i)^{\frac{1}{2}}$$

C

By **Blodwyn** (Blodwyn)  
[cheatography.com/blodwyn/](https://cheatography.com/blodwyn/)

Published 10th August, 2024.  
Last updated 10th August, 2024.  
Page 5 of 6.

Sponsored by **CrosswordCheats.com**  
Learn to solve cryptic crosswords!  
<http://crosswordcheats.com>

### Современная стоимость - это

Современная стоимость - это приведенная стоимость всех аннуитетных платежей.

Если бы мы внесли современную сумму  $P$  **одним платежом** (без аннуитетных платежей) на вклад под  $i\%$  на  $n$  лет, то получили бы **ту же** будущую сумму  $S$ , что и **при аннуитетных платежах**, вносимых на вклад под тот же процент и на такое же количество лет..

C

By **Blodwyn** (Blodwyn)  
[cheatography.com/blodwyn/](https://cheatography.com/blodwyn/)

Published 10th August, 2024.  
Last updated 10th August, 2024.  
Page 6 of 6.

Sponsored by **CrosswordCheats.com**  
Learn to solve cryptic crosswords!  
<http://crosswordcheats.com>