

La classification des problèmes

Les problèmes à structure additive

Riley, Greeno et Heller (1983) prennent en compte:

- 1) **Type de problème** => changement, combinaison et comparaison
- 2) **Procédure mise en jeu** => additive/soustractive (il faut utiliser une addition ou une soustraction pour résoudre le problème)
- 3) **Identité de l'inconnu** => état final/transformation/état initial

La classification des problèmes

TYPES DE PROBLEME		TAUX DE REUSSITE			
PROBLEMES DE CHANGEMENT		Mat.	C.P.	CE1	CE2
Changement 1 <i>Additive</i>	X avait 3 billes. Puis Y lui a donné 5 billes.	.87	1.00	1.00	1.00
	Combien de billes a maintenant X? <i>État final</i>				
Changement 2 <i>Soustractive</i>	X avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Y.	1.00	1.00	1.00	1.00
	Combien de billes a maintenant X? <i>État final</i>				
Changement 3 <i>Additive</i>	X avait 3 billes. Y lui en a donné 5. X a maintenant 8 billes.	.61	.56	1.00	1.00
	Combien de billes Y a-t-il donné à X? <i>Transformation</i>				
Changement 4 <i>Soustractive</i>	X avait 8 billes. Il en a donné à Y. Maintenant X a 3 billes.	.91	.78	1.00	1.00
	Combien a-t-il donné de billes à Y? <i>Transformation</i>				
Changement 5 <i>Additive</i>	X avait des billes. Y lui en a donné 5 de plus.	.09	.28	.80	.55
	Maintenant X a 8 billes. Combien X avait-il de billes? <i>État initial</i>				
Changement 6 <i>Soustractive</i>	X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes.	.22	.39	.70	.80
	Combien avait-il de billes? <i>État initial</i>				
PROBLEMES DE COMBINAISON					
Combinaison 1	X a 3 billes. Y a 5 billes.	1.00	1.00	1.00	1.00
	Combien X et Y ont-ils de billes ensemble? <i>Total</i>				
Combinaison 2	X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes.	.22	.39	.70	1.00
	Combien Y a-t-il de billes? <i>L'une des parties</i>				
PROBLEMES DE COMPARAISON					
Comparaison 1	X a 8 billes. Y a 5 billes.	.17	.28	.85	1.00
	Combien X a-t-il de billes de plus que Y? <i>différence entre les deux quantités</i>				
Comparaison 2	X a 8 billes. Y a 5 billes.	.04	.22	.75	1.00
	Combien Y a-t-il de billes de moins que X? <i>différence entre les deux quantités</i>				
Comparaison 3	X a 3 billes. Y a 5 billes de plus que X.	.13	.17	.80	1.00
	Combien Y a-t-il de billes? <i>L'ensemble comparé</i>				
Comparaison 4	X a 8 billes. Y a 5 billes de moins.	.17	.28	.90	.55
	Combien Y a-t-il de billes? <i>L'ensemble comparé</i>				
Comparaison 5	X a 8 billes. Il a 5 billes de plus que Y.	.17	.11	.65	.75
	Combien Y a-t-il de billes? <i>Le référent</i>				
Comparaison 6	X a 3 billes. Il a 5 billes de moins que Y.	.00	.06	.35	.75
	Combien Y a-t-il de billes? <i>Le référent</i>				

Avec ce genre de classification, on peut voir le développement et ce qu'ils seront capables de faire étant donné qu'on prend des enfants de classes différentes -> ça renvoie aussi à des processus cognitifs qui se développent

La théorie des schémas exemples

8101 Q1	81 - Paul avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Paul a-t-il maintenant de billes?	Question à la fin	Dans l'ordre des opérations	Additions
8101 Q2	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question au début		
8102 Q1	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question à la fin	Dans l'ordre inverse des opérations	Soustractions
8102 Q2	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question au début		
8103 Q1	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question à la fin	Dans l'ordre des opérations	Additions
8103 Q2	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question au début		
8104 Q1	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question à la fin	Dans l'ordre inverse des opérations	Soustractions
8104 Q2	81 - Inès avait... combien de... combien de billes a-t-il maintenant de billes? Combien Inès a-t-il maintenant de billes?	Question au début		

La théorie des schémas

De même, cette théorie des schémas permet d'expliquer l'effet de la position de la question (Devidal, Fayol, & Barrouillet, 1997)

Chez les enfants de 10 ans, placer la question en début d'énoncé arithmétique améliore les performances des enfants

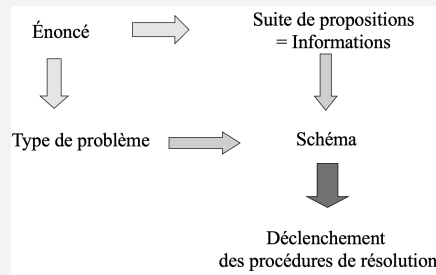
La question, souvent porteuse de la structure relationnelle du problème, va activer le schéma adéquat

En cours de lecture de l'énoncé, les enfants pourront alors intégrer les infos dans le schéma et effectuer des calculs on-line ce qui allège la charge en MT

La théorie des schémas

TYPES DE PROBLEME		Exemples:	
PROBLEMES DE CHANGEMENT		Schéma « Transfert dans ... »	
Changement 1 <i>Additive</i>	X avait 3 billes. Puis Y lui a donné 5 billes. Combien de billes a maintenant X? <i>État final</i>	Schéma « Partie-tout »	
Changement 2 <i>Soustractive</i>	X avait 8 billes. Puis il a donné 5 billes à Y.	Schéma « Partie-tout »	
Changement 3 <i>Additive</i>	X avait 3 billes. Y lui en a donné 5. X a maintenant 8 billes. Combien de billes Y a-t-il donné à X? <i>Transformation</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Changement 4 <i>Soustractive</i>	X avait 8 billes. Il en a donné à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien a-t-il donné de billes à Y? <i>Transformation</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Changement 5 <i>Additive</i>	X avait des billes. Y lui en a donné 5 de plus. Maintenant X a 8 billes. Combien X avait-il de billes? <i>État initial</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Changement 6 <i>Soustractive</i>	X avait des billes. Il en a donné 5 à Y. Maintenant X a 3 billes. Combien avait-il de billes? <i>État initial</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
PROBLEMES DE COMBINAISON		Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Combinaison 1	X a 3 billes. Y a 5 billes. Combien X et Y ont-ils de billes ensemble? <i>Total</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Combinaison 2	X et Y ont ensemble 8 billes. X a 3 billes. Combien Y a-t-il de billes? <i>L'une des parties</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
PROBLEMES DE COMPARAISON		Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Comparaison 1	X a 8 billes. Y a 5 billes. Combien X a-t-il de billes de plus que Y? <i>différence entre les deux quantités</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Comparaison 2	X a 8 billes. Y a 5 billes. Combien Y a-t-il de billes de moins que X? <i>différence entre les deux quantités</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Comparaison 3	X a 3 billes. Y a 5 billes de plus que X. Combien Y a-t-il de billes? <i>L'ensemble comparé</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Comparaison 4	X a 8 billes. Y a 5 billes de moins. Combien Y a-t-il de billes? <i>L'ensemble comparé</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Comparaison 5	X a 8 billes. Il a 5 billes de plus que Y. Combien Y a-t-il de billes? <i>Le référent</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	
Comparaison 6	X a 3 billes. Il a 5 billes de moins que Y. Combien Y a-t-il de billes? <i>Le référent</i>	Schéma « Plus que ... / Moins que ... »	

La théorie des schémas



Kinstch & Greeno (1985)

La théorie des schémas

Schéma= ensemble de connaissances abstraites, comme des traces laissées par des situations rencontrées précédemment

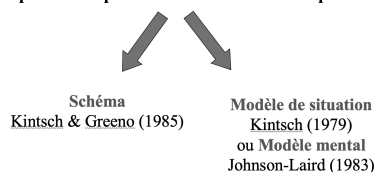
Par contacts répétés avec des situations de même structure, des caractéristiques invariantes sont extraites

Le schéma disponible en MLT contient des plans, des cadres comportants des variables vides qui seront remplies avec des infos fournies par l'énoncé



Représentations liées aux énoncés des prob.

Richard (1991) :
Comprendre un problème = Construire une représentation



Contrairement aux classifications, tentative d'explication

Les problèmes à structure multiplicative

Vergnaud (1983): 3 formes de relations principales sont impliquées

1) **Isomorphe de structure:** Proportion simple entre 2 quantités

ex: problèmes de partage

2) **Produit de mesure:** Composition de 2 mesures dans une 3ème

ex: calcul d'aire, de volume

3) **Proportion multiple:** Quantité proportionnelle à 2 quantités différentes

ex: production moyenne par individu et par jour

Contrairement aux classifications des problèmes à structure additive, il n'y a pas d'analyse systématique de la validité écologique pour les problèmes à structure multiplicative

Un seul exemple: Les **problèmes à groupes égaux** sont **plus faciles à résoudre** que:

- les **problèmes impliquant des produits cartésiens**
- les **problèmes de conversion de mesures**

Comme pour les problèmes à structure additive, la difficulté du problème multiplicatif ne se limite pas à la nature de l'opération mise en jeu

La forme et la sémantique du problème vont déterminer les performances des enfants

Carpenter et Moser (1982)

Tableau 6.3 Relations entre structures des problèmes et procédures: résultats d'une étude longitudinale (d'après Carpenter et Moser, 1982, p. 240(*)).

Problèmes (***)	Niveau	Pourcentages de réussite	Procédures (**)					Rappel direct	Dérivé
			Séparer de	Compter vers l'arrière à partir de	Ajouter	Compter vers l'avant à partir de	Mise en correspondance		
-Séparation	CP	.61	68	1	1	3	0	1	2
Réponse inconnue (problème n 2)	CE1	.83	34	8	1	10	0	20	9
	CE2	.95	9	3	1	12	0	54	13
-Réunion	CP	.57	2	0	42	12	1	2	4
Transformation inconnue (problème n 3)	CE1	.93	1	2	18	31	0	25	16
	CE2	.95	0	1	6	27	1	48	14
-Comparaison	CP	.41	8	0	3	9	30	1	1
Différence inconnue (problème n 9)	CE1	.70	11	6	2	17	14	19	7
	CE2	.89	3	3	2	4	2	52	17
-Combinaison	CP	.45	45	0	4	3	0	2	2
Partie inconnue (problème n 8)	CE1	.78	36	5	0	11	0	20	14
	CE2	.91	6	1	0	13	0	53	18

(*) - Les données numériques se situent entre 11 et 16. Les sujets peuvent manipuler des objets mis à leur disposition.

(**) - Voir explications dans le texte.

(***) - Les numéros renvoient au Tableau 6.1, p. 151.

Carpenter et Moser (1982)

Les stratégies des enfants pour les problèmes soustractifs dépendent des caractéristiques sémantiques de l'énoncé

Exemples:

Changement 2: comptage du reste

Comparaison 1 et 2: mise en correspondance

Les enfants les plus jeunes ont des procédures de résolution qui simulent les actions décrites. D'où des performances faibles lorsque le problème est difficilement modélisable en acte

Les jeunes enfants vont mieux réussir quand la manière dont le problème est décrit permet de bien s'imaginer la situation

Validité écologique de cette classification

Riley et al.; De Corte et Verschaffel

Taux de réussite différents selon le type de problème

Pour un type, la réussite augmente avec l'âge

Conclusion: bien que ces problèmes impliquent la même opération, le type de problème et la nature de l'inconnu affectent les performances des enfants

La théorie des schémas

En revanche, si l'enfant n'a pas de schéma adéquat **Pas de traitement top-down** (dirigé par les concepts)

Mais traitement bottom-up (dirigé par les données)

=> **Modèle de situation (Kintsch)** ou **Modèle mental (Johnson-Laird)***

La théorie des modèles de situation ou mental

Construction "pas à pas" d'une représentation organisant les différents éléments décrits par l'énoncé

La représentation est analogique (= elle colle au plus près de l'histoire qu'on a raconté à l'enfant)

La théorie des modèles de situation ou mental (cont)

L'enfant doit pouvoir imaginer la situation décrite => Les problèmes de comparaison présentés dans des contextes familiers sont mieux réussis que ceux dans des contextes neutres (*Stetic*)

Aider les enfants à construire des repré.

Comment aider les enfants à construire des représentations mentales?

1) **Simuler la situation avec des objets** (*Jaspers & Van Lieshout* 1994)

2) **Représenter les relations entre quantités grâce à des diagrammes** (*Willis & Fuson* 1988)

3) **Reformuler l'énoncé** (*Stellingwerf & Van Lieshout* 1999)

Les caractéristiques individuelles

Jean avait 3 billes, puis Tom lui donne 2 billes. Combien Jean a-t-il de billes maintenant? < 3 + 2 = ?

Carpenter & Moser (1982)

Les performances des enfants à un problème arithmétique verbal sont 10 à 30% moins bonnes que celles au même problème sous forme numérique

2 principaux facteurs

1) **Les capacités en lecture et en compréhension de texte :** D'après Kinstch & Greeno (1985), un énoncé de problème n'est qu'une forme de texte particulière

2) **Les capacités en mémoire de travail :** En effet, la construction du modèle mathématique s'effectue en mémoire de travail

Capacités en lecture et compréhension de texte

De Corte & Verschaffel (1985)

Sujets : Enfants de 6 ans

Tâche : Résoudre des problèmes additifs et les rappeler avant et après leur résolution

Résultats : Performances en rappel et en résolution sont liées. Les résultats erronés correspondent aux problèmes qui sont rappelés de façon incorrecte

Conclusion : Une part de la réussite en résolution est due aux capacités de compréhension de texte

Les capacités en MT

Passolunghi & Siegel (2001)

Les difficultés de résolution de problèmes des enfants de 10 ans sont corrélées avec :

- un déficit global en mémoire de travail
- un déficit spécifique de stockage des nombres en mémoire à court terme

Le déficit en mémoire de travail est lié à une incapacité de contrôler et d'ignorer les informations non-pertinentes

