

La cognition mathématique

Raymon *Le poète, même le plus réfractaire aux mathématiques*
Queneau: *est bien obligé de compter jusqu'à 12 pour composer un alexandrin*

Pourquoi la *cognition mathématique* ?

MLT pour faire des maths ça implique le stockage d'infos dans MLT -> connaissances à traiter à cours et à long terme

MCT

Planification

Attention

Langage réciter

Notre héritage

Notre système = fruit de l'évolution

Notre système numérique = chiffre que nous utilisons

Les maths ne sont pas des caractéristiques de cette planète C'est les humains qui ont créé les maths

On est prêt à comprendre les maths car c'est nous qui les avons créées

Reliques de cette évolution toujours: quatre-vingts -> base 20

Comme si c'était 4x20

A un moment on a utilisé la base 20 pour compter alors que maintenant on utilise la base 10

Notre héritage (cont)

Reflet de notre capacité cognitive ex: écriture des chiffres

Histoire de l'écriture des chiffres

Notation cunéiforme	𐎶	𐎶𐎶	𐎶𐎶𐎶	𐎶𐎶𐎶𐎶	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
Chiffres étrusques	I	II	III	IIII	∧
Chiffres romains	I	II	III	IV	V
Chiffres mayas	•	••	•••	••••	—
Chiffres chinois	一	二	三	四	五
Anciens chiffres indiens	—	=	≡	+	Υ
Arabe manuscrit	1	٢	٣	٤	٥
Chiffres arabes modernes	1	2	3	4	5

Symboles: changement vers 4

Les romains et les mayas sont très éloignés sur la carte mais pourtant leur système est assez similaire

- C'est le même système cognitif qui trouve les symboles

Pourquoi à chaque fois c'est vers 4 que ça change ?

- On sait que notre focus attentionnel est limité à 4

- On peut prendre que 3 chaînes d'infos

- A 5 c'est **impossible**

- Sinon on devrait compter 1 par 1

Histoire de l'écriture des chiffres

Parties du corps

En **Nouvelle-Guinée**: milliers d'îlots (aucun occidental n'a mis les pieds là-bas avant les années 90)

Ils ont évolué sans aucune interaction avec les autres cultures

Leurs maths n'ont jamais subi aucune influence

Nouvelle-Guinée: système numérique avec des mots

6 = "un sur l'autre main" = 5 + 1

11 = "deux mains et un doigt" = 2 x 5 + 1

Principes multiplicatifs (comme la base numérique 10)

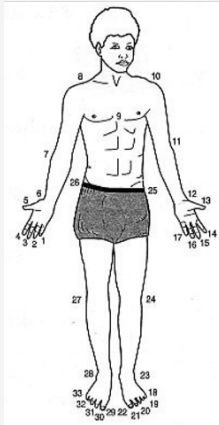
Histoire de l'écriture des chiffres (cont)

Principes de notations modernes -> mêmes principes de base

Points communs entre tous les êtres humains (qqch d'universel)

On commence tous à compter avec les doigts L'aire pariétale chevauche l'aire des doigts

Histoire de l'écriture des chiffres



Certains insulaires du détroit de Torres dénotent les nombres en indiquant du doigt un endroit précis de leur corps

Origines de nos compétences: Animaux

Estimation de quantité

ex: repérer en un seul coup d'oeil où il y a le plus de nourriture, repérer où il a perdu son petit

Mais estimation peu précise !

Expérience rats:

Cage de laboratoire dans laquelle il y a un rat et un levier

Tâche du rat: le rat est curieux (explore sa cage) et se pose sur le levier Dès qu'il appuie 4x la nourriture tombe

Si le rat remplit les critères on va commencer à mesurer

Origines de nos compétences: Animaux (cont)

4 3-7 appuis (à partir du moment où il a compris la tâche, il appuie de 3-7x de manière volontaire)

16 12-24 appuis

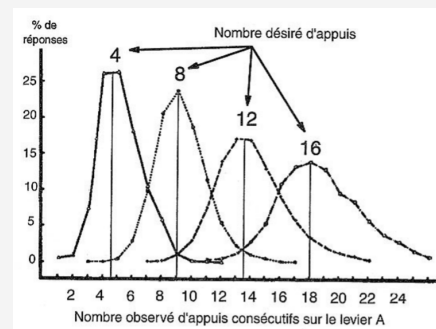
Conclusion:

Quand il faut viser 4, ils ne sont pas exactement à 4 C'est pour ça que c'est peu précis chez les animaux -> si on dit à un enfant d'appuyer 4x il va appuyer 4x

Quand c'est 16, il comprend qu'il y a une augmentation du nombre d'appuis

Le nombre d'erreurs augmentent avec la taille qu'il doit viser Taille d'erreur proportionnelle à la quantité

Origines de nos compétences: Animaux



Ecart-type donne l'erreur

Plus la courbe est grande, plus il y a d'erreurs

Généralisation (chez le rat)

ex: dans 2 cookies il y a qqch de pareil que dans 2 voitures La quantité va au-delà de leurs caractéristiques (animaux)

Apprentissage avec des sons: 2 ou 4 sons
2 leviers

Généralisation (chez le rat) (cont)

Quand il entend 2 sons il appuie sur un levier et quand il entend 4 sons il faut appuyer sur l'autre levier

Quand il connaît bien la tâche **Transfert:** 2 ou 4 flashes lumineux

Il n'y a rien de commun néanmoins, il comprend qu'il faut faire pareil qu'avec les 2 sons Il abstrait au-delà des caractéristiques perceptives de l'environnement

Et si 2 sons et 2 flashes?

Il a été du côté 4 quand il y avait 2 sons + 2 flashes

Il a appuyé au-dessus du seuil du hasard mais pas à 90% non plus

Additions ? (chez le singe)



2 plateaux:

- Sur chacun il y a 2 bols
- Les chimpanzés regardent
- 1er expérimentateur passe et laisse tomber des M&M's
- 2ème expérimentateur passe et fait pareil
- Le singe peut prendre qu'un plateau et manger

Additions ? (chez le singe)

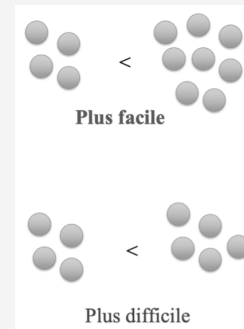
Pour définir où il y a le plus de chocolat, il faut être capable d'additionner les 2 plateaux => ils sont au-dessus du seuil du hasard (50%)

Plus l'écart est petit entre les 2 plateaux, plus ça se rapproche des 50%

Plus l'écart est grand, mieux ils réussissent

Sommation (faire des sommes) plutôt que faire des additions

Effet de distance

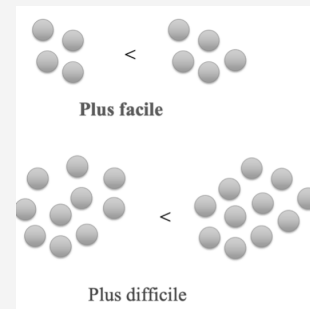


Si les 2 quantités sont très différentes, il sera plus facile de discriminer

=> plus facile quand la distance est plus grande

4 VS 8 est mieux réussi que 4 VS 5

Effet de taille



Plus les quantités sont petites, plus ils seront capables de les discriminer

Effet de taille utilisé dans le commerce chez les humains

ex: 2.- sur 4.- VS 2.- sur 800.- -> finalement c'est la même pièce

On pense en proportions

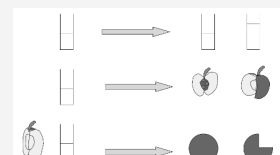
Plus facile quand la taille est plus petite

- 4 VS 5 est mieux réussi que 10 VS 11

- le 1 du premier vaut plus que le 1 du deuxième

=> les effets ensemble = **LOI DE WEBER**

Les fractions (chez le singe)



On propose au chimpanzé 2 possibilités et il doit prendre ce qui est pareil

1) 1/2 verre de lait: choisir entre 1/2 ou 3/4
=> **pattern matching** = doit prendre ce qui va ensemble, quel verre de lait est le même

2) 1/2 verre de lait: 1/2 pomme ou 3/4 de pomme
-> il abstrait qu'il y a qqch de commun car il prend 1/2 pomme

3) 1/2 verre de lait + 1/4 pomme: pastille en plastique rouge pleine ou 3/4 (ne se mange pas)
-> choisit le 3/4
=> au-dessus du seuil du hasard (55%)



By **bibi1606**
cheatography.com/bibi1606/

Published 29th January, 2023.
Last updated 1st November, 2022.
Page 3 of 9.

Sponsored by **Readable.com**
Measure your website readability!
<https://readable.com>

Et avec les symboles (le singe Sheba)

Sheba: chimpanzé entraîné à qui on apprend des symboles

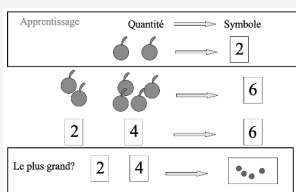
Dans les petits livres pour enfants, on montre des symboles avec des chiffres à Sheba

1 voiture, 2 poupées, 3 roues, 4 pommes (comme dans les livres pour enfants)

Sheba appris 1-9 puis le 0

Apparaît tard dans l'histoire car se représenter le 0 c'est s'imaginer rien

Et avec les symboles (le singe Sheba)



- On cache 2 oranges et 4 oranges ailleurs -> on lui dit "cherche et trouve"

- Ensuite, on étale les cartes et on lui demande de choisir la carte qui correspond au nombre d'oranges qu'il a trouvé

-> compréhension du sens du symbole, pas uniquement un simple transfert (je te montre, tu imites)

- Ensuite, on cache les cartes, on demande de choisir la carte qui fait la somme 2 + 2

-> ils sont capables de passer de "le symbole qu'est-ce que ça veut dire" au sens

Origines de nos compétences: Bébés; Piaget

Tâche de conservation du nombre: Evaluer le niveau d'acquisition

On aligne des jetons et on lui demande de faire la même chose

Si on décale les jetons d'une ligne, il va dire qu'il n'y a plus la même quantité (c'est plus long)

-> Se fie à des indices perceptifs différents du nombre

Echec en-dessous de 7 ans

Origines de nos compétences: Bébés; Piaget



Epreuves modifiées (Mehler et Bever)

D'abord même activité aux enfants (appariement) puis, comme Piaget il va faire des lignes resserrées

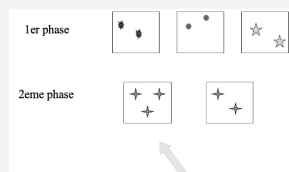
-> il y en a plus en haut

- 3ème étape: il va resserrer mais il va rajouter aussi des jetons

- Au lieu de prendre des jetons, il prend des bonbons

- on dit aux enfants de prendre la ligne qu'ils veulent

Piaget: habitude



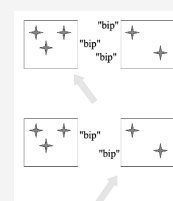
Habitude: bébés 5 mois

- 1ère phase: habituer les bébés à qqch -> ici à des quantités
- 2ème phase: 3 objets ou 2 objets
- Réaction à la nouveauté: regarde plus longtemps quand il y a 3 que 2
- > capacité de discriminer la quantité 2 de la quantité 3

A partir de 4 et 5 ils ne font plus la différence

De même avec les bébés de 1-3j !!

Piaget: habitude



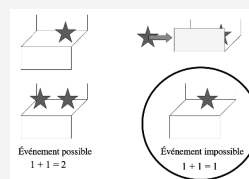
Bébés de 6-9 mois (Starkey, Spelke, Gelman)

- Présenter de façon simultanée 2 diapos: 3 objets et sur l'autre 2 objets
- Bébé assis sur sa mère et qqn derrière tape sur un tambourin pour produire des sons: taper 3x
- > il regarde plus longtemps du côté de la diapo où il y a 3 objets et pareil pour 2 objets

Comme si il faisait un lien entre 2 sons et 2 objets

-> il abstrait au-delà de la capacité perceptive

Piaget: habitude



Bébés de 5 mois (Wynn)

- Bébé assis sur sa mère devant un théâtre de marionnettes
- On ouvre le rideau et on voit une poupée Mickey
- Le rideau se ferme
- Voit une main avec le Mickey qui passe derrière le rideau et la

-> à partir de 3- ans, ils choisissent la ligne du bas

- Les enfants ont déjà des habilités numériques

main ressort vide

Événement possible: 2 Mickeys

Événement impossible: 1 Mickey

Conclusion: bébés de 5 mois regardent plus longtemps l'événement impossible

Wynn: Réussite pour 1 + 1 et 2 - 1

Piaget: habitude



Et également (*Simon, Hespos, Rochat*)

Événement possible numériquement: quand le rideau s'ouvre, les bébés voient 2 balles rouges -> ils ne sont pas surpris
=> peu importe la nature de l'objet, mais le bébé s'attend à voir un truc et un truc

De même si les objets sont en mouvements: on fait la même chose en faisant bouger les Mickeys
-> ils devraient être perturbés si ils s'attendent à voir un objet ici et un autre là-bas
=> sont surpris quand il y a 1 Mickey et pas 2

C

By **bibi1606**
cheatography.com/bibi1606/

Published 29th January, 2023.
Last updated 1st November, 2022.
Page 4 of 9.

Sponsored by **Readable.com**
Measure your website readability!
<https://readable.com>

Des conclusions innées

Butter Notre cerveau est programmée pour les maths... nous
worth: sommes nés équipés de circuits neuronaux spécialisés dans la catégorisation du réel en termes de numérosités

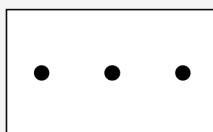
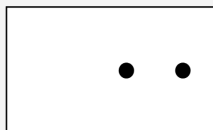
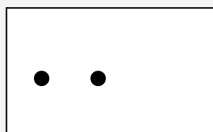
2 systèmes séparés (Feigenson, Dehaene, Spelke)

Un système représentant les **petites quantités**, jusqu'à 4 précis **MAIS très LIMITÉ**

Un système représentant les **grandes quantités**, de manière analogique, **MAIS APPROXIMATIF** (plus que 4)

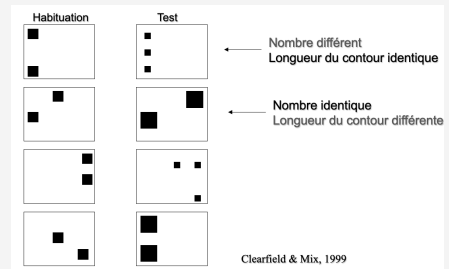
Ces systèmes se retrouvent chez les adultes ainsi que chez d'autres espèces animales Rats, pigeons, singes

Bébés perçoivent-ils le nombre ou autre chose?



Test

Bébés perçoivent-ils le nombre ou autre chose?



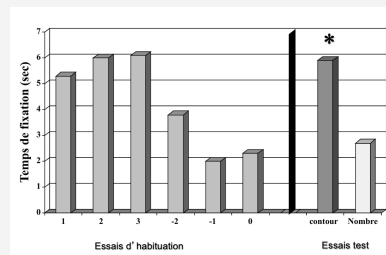
Même chose mais en contrôlant les facteurs perceptifs (Clearfield)

- Habituation avec 2 objets à différents endroits de l'écran
- Tester avec 3 avec la même longueur de contour
- Tester avec même nombre mais des contours différents

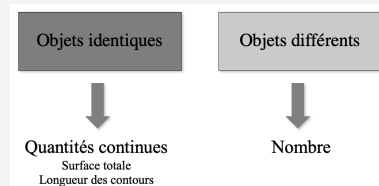
Résultats: contours différents attirent

-> donc ça serait uniquement perceptif

Bébés perçoivent-ils le nombre ou autre chose?



Vers la solution de l'énigme ?



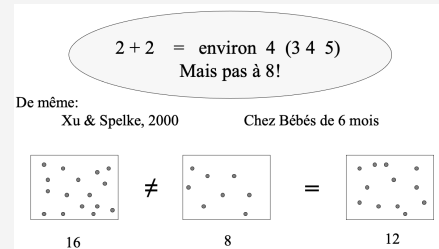
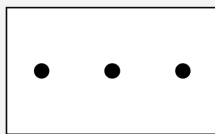
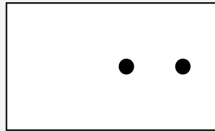
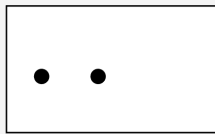
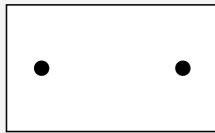
Les mêmes auteurs ont par contre observé qu'il existe des situations dans lesquelles les bébés réagissent au nombre, et pas aux variations de quantités continues !

Lorsque c'est des objets identiques -> bébés sensibles à la surface, contour... (caractéristiques visuelles)

MAIS quand objets différents -> sensibles au nombre et pas à la luminosité, contour...

RÉSUMÉ

Test



Capacités limitées aux petites quantités < 4

Capacités proches de celles des animaux

$2 + 2 = \sim 4$ (3,4,5) **MAIS pas à 8 !**

Détecte la différence entre 8 et 16 **MAIS** 8 et 12 ce n'est pas différent (6 mois)

-> système approximatif

Adultes pareils que les bébés: à partir de 4 et 5 ils n'y arrivent plus

-> ça marche quand quantités petites mais pas grandes

Habituation avec 2

Plusieurs facteurs confondus avec:

- **Surface:** contraste noir-blanc pas identique
- **Longueur de contour:** notre système perceptif utilise les contours
- **Luminance moyenne des planches**

Les bébés discriminent-ils réellement les collections selon leur numérosité ou utilisent-ils un ensemble d'indices non numériques (dimensions continues) ?

C

By **bibi1606**
cheatography.com/bibi1606/

Published 29th January, 2023.
Last updated 1st November, 2022.
Page 5 of 9.

Sponsored by **Readable.com**
Measure your website readability!
<https://readable.com>

Suite

Grâce aux mots nombres, la quantification apparaît

1) L'acquisition de la chaîne numérique verbale et écrite

2) Les processus de quantification:

Subitizing

Dénombrement

Estimation

C

By **bibi1606**
cheatography.com/bibi1606/

Published 29th January, 2023.
Last updated 1st November, 2022.
Page 6 of 9.

Sponsored by **Readable.com**
Measure your website readability!
<https://readable.com>