

### Definiciones

#### Proceso Estocástico

Colección Infinita de variables aleatorias sobre un espacio de probabilidad común  $(\Omega, F, P)$  que esta indexada por un parametro (i.e. tiempo)

#### Estado

Valores que toman las variables aleatorias  $X_{tn}$

#### Espacio de Estados del Proceso

Conjunto de todos los posibles estados. Discreto  $\{X_n, n = 0, 1, 2, \dots\}$  o Continuo  $\{X_{tn}, t \in T\}$  y  $\{X_t, t \in T\}$ .

#### Trayectoria

Recorrido de un evento específico. Dado  $\omega \in \Omega$ , la trayectoria de  $\omega$  es  $f: t \rightarrow X_t(\omega)$

#### Distribución n-dimensional del proceso

$F_{t_1, \dots, t_n}(x_1, \dots, x_n) := P(X_{t_1} \leq x_1, \dots, X_{t_n} \leq x_n)$ , donde  $X$  un P.E. real y  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\} \subset T$  donde  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$

#### P.E. con Incrementos Independientes

Cuando las variables aleatorias  $X_{t_2} - X_{t_1}, X_{t_3} - X_{t_2}, \dots, X_{t_n} - X_{t_{n-1}}$  son independientes dado que  $\forall t_1, t_2, \dots, t_n$  y  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$

**P.E. Estacionario de orden n** Se puede trasladar en el tiempo y la distribución no cambia

Sea  $\forall t_1, t_2, \dots, t_n$  y las distribuciones conjuntas de  $X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_n}$  y  $(X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \dots, X_{t_n+h})$  son iguales para todo  $h > 0$

#### P.E. Estacionario de orden n

Si el proceso es estacionario de orden n para todo  $n \in \mathbb{N}$ ,

#### P.E. con Incrementos Estacionarios

### Definiciones (cont)

Si para cualesquiera  $0 \leq s \leq t$  y  $0 \leq h$ , se cumple que  $X_t - X_s$  tiene la misma distribución que  $X_{t+h} - X_{s+h}$

#### P.E. de segundo orden o regular

Si  $E[X_t^2] < \infty$  para todo  $t \in T$ . Además Las funciones de media  $mX(t) = E[X_t]$  y de covarianza  $CX(s, t) = Cov(X_s, X_t)$

#### P.E. ortogonal

Si es P.E. regular y  $E[X_t X_s] = 0, \forall t, s \in T$  y  $t \neq s$ .

#### P.E. Estacionario

Si es P.E. regular y su función de media  $mX(t)$  es independiente de  $t$  y si su función de covarianza  $CX(s, t)$  es una función que depende sólo de  $|t - s|$ , para todo  $t, s$ , esto  $C(s, t) = Cov(X(s), X(t)) = f(t - s)$ .

#### P.E. Evolutivo

Que no es Estacionario

### Ejemplos Especiales de P.E.

**Martingala** El valor esperado del  $X_{\{n+1\}}$  dado que paso por  $n$  valores dados, es el ultimo valor observado  $x_{\{n\}}$

Si  $E(X_{\{n+1\}} | X_{\{0\}} = x_{\{0\}}, \dots, X_{\{n\}} = x_{\{n\}}) = x_{\{n\}}$

#### Proceso de Levy

Cuando los incrementos son independientes y estacionarios

#### Proceso Gaussiano

Si para cualesquiera  $n$  tiempos crecientes, se tiene que  $(X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n))$  tiene una distribución normal multivariada

### Tipos de P.E.

**PDED** Tiempo Discreto + Espacio Discreto

**PDEC** Tiempo Discreto + Espacio Continuo

**PCED** Tiempo Continuo + Espacio Discreto

**PCEC** Tiempo Continuo + Espacio Continuo

### Propiedades P.E

$X = Y$  si  $X_t(\omega) = Y_t(\omega)$  con  $\forall t \in T$  y  $\forall \omega \in \Omega$

$X$  y  $Y$  son **estocásticamente equivalentes** si  $P(X_t = Y_t) = 1$  y  $\forall t \in T$ .

$X$  y  $Y$  son **estocásticamente equivalentes en el sentido amplio** si  $\forall n \in \mathbb{N}, \forall \{t_1, \dots, t_n\} \subset T$  y  $\{B_1, \dots, B_n\} \subset \mathcal{Z}^2$  se satisface:  $P(X_{t_1} \in B_1, \dots, X_{t_n} \in B_n) = P(Y_{t_1} \in B_1, \dots, Y_{t_n} \in B_n)$

$X$  y  $Y$  se dicen **indistinguibles** si casi todas sus trayectorias coinciden, esto es,  $P(X_t = Y_t, t \in T) = 1$ .

### Aclaraciones

Sea  $X = \{X_t, t \in T\}$  un proceso estocástico

$X$  es real si las v.a.  $X_t$  son de valor real para todo  $t \in T$

$X$  es complejo si las v.a.  $X_t$  son de valor complejo para todo  $t \in T$

Si  $T$  es finito o contable, entonces es proceso estocástico con parámetro de tiempo discreto.

Si  $T$  es un intervalo de la recta real entonces es proceso con parámetro de tiempo continuo.

Si  $T \subseteq \mathbb{R}^n$  con  $n > 1$  entonces el proceso se denomina campo aleatorio.



By andreyhorta35762

[cheatography.com/andreyhorta35762/](https://cheatography.com/andreyhorta35762/)

Not published yet.

Last updated 16th January, 2023.

Page 1 of 2.

Sponsored by [CrosswordCheats.com](https://crosswordcheats.com)

Learn to solve cryptic crosswords!

<http://crosswordcheats.com>

### Cadena de Markov

Un P.E. Real  $X$  si para todo  $n$  tiempos crecientes y  $a, b \in R$  con  $a < b$ , se satisface que  $P(X_t \in (a, b] | X_{t1} = x_1, X_{t2} = x_2, \dots, X_{tn}) = P(X_t \in (a, b] | X_{tn})$

Es decir, solo importa el estado inmediatamente anterior  $X_{tn}$  para determinar el estado siguiente  $X_{tn+1}$

Equivalente a  $P(X_0 = i_0, \dots, X_{n+1} = i_{n+1}) = P(X_0 = i_0) P(X_1 = i_1 | X_0 = i_0) \dots P(X_{n+1} = i_{n+1} | X_n = i_n)$

### Distribucion Inicial

Distribucion de la variable  $X_0$ , es decir  $\{P(X_0 = 0), P(X_0 = 1), \dots\}$

### Probabilidad de transicion

Probabilidad de que pase de  $i$  a  $j$  en un paso (del tiempo  $n$  al tiempo  $n+1$ ) es  $P(X_{n+1} = j | X_n = i) = P_{ij}(n, n+1) = P_{ij}(1)$

### Matriz de transicion en un paso

Sea  $P = [p_{ij}] = P_{ij}(1)$ . Es la matriz estocastica. El  $i$  es la salida y el  $j$  es la llegada



By andreyhorta35762

[cheatography.com/andreyhorta35762/](https://cheatography.com/andreyhorta35762/)

Not published yet.

Last updated 16th January, 2023.

Page 2 of 2.

Sponsored by [CrosswordCheats.com](https://CrosswordCheats.com)

Learn to solve cryptic crosswords!

<http://crosswordcheats.com>